

Kapitel 3

Schwingungen

Einführung:

Bewegungsformen:

- Translation = lineare Bewegung (s, v, a, t)
- Rotation = Drehbewegung ($\varphi, \omega, \alpha, t$)
- Oszillation = Schwingungsbewegung (X, \dot{X}, \ddot{X}, t) $x = \{s, \varphi\}$
- periodische Bewegung = periodische Wiederholung eines physikalischen Zustands

$$\boxed{X(t) = X(t + T)} \text{ mit } \boxed{T = \text{Periodendauer}} \text{ Maßeinheit } \boxed{|T| = 1 \text{ s}}$$

Beispiele: gleichförmige Drehbewegung, Schwingung

Schwingung erfolgt immer um eine Ruhelage

Bezeichnungen:

- Auslenkung: $y = y(t) = y(t + nT)$
- Phase = Momentaner Zustand (y, v, a)
- Amplitude = Maximale Auslenkung aus der Ruhelage
- Hub = Differenz zwischen maximaler Auslenkung in entgegengesetzter Richtung

Begriffe:

- Oszillogramm = Aufzeichnung einer Schwingung
- Oszilloskop = Gerät zur Darstellung eines Oszillogramms (CRT)
- Oszillograph = Gerät zum Aufzeichnen eines Oszillogramms (Schreiber)

Schwingungsformen:

- freie Schwingung: nach einmaliger Auslenkung aus der Ruhelage
- (freie) ungedämpfte Schwingung: nach einmaliger Auslenkung aus der Ruhelage ohne Reibung
- (freie) gedämpfte Schwingung: nach einmaliger Auslenkung aus der Ruhelage mit Reibung
- erzwungene Schwingung: dauernde (periodische) Anregung
-
- harmonische Schwingung: durch eine harmonische Funktion (\sin, \cos) darstellbar
- anharmonische Schwingung: nicht durch eine einzelne harmonische Funktion darstellbar

3.1 Harmonische Bewegung

Eine harmonische Bewegung wird durch eine Harmonische Funktion (Sinus oder Cosinus) beschrieben:

$$r(t) = r(t + nT) = r \cdot \sin\varphi(t) = r \cdot \sin(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

- mit der (konstanten) Kreisfrequenz ω_0 , $[\omega_0] = 1s^{-1}$
- mit der Frequenz $f = 1/T = \omega_0/2\pi$ $[f] = 1Hz$
- mit der Periodendauer $T = 2\pi/\omega_0$ $[T] = 1s$

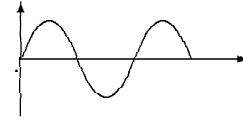


Bild s3p00

3.1.1 Drehbewegung

$$\vec{r}(t) = \vec{r} \cdot \sin\varphi(t) = \vec{r} \cdot \sin(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t) = \{x(t), y(t)\}$$

$$x(t) = r \cdot \cos\varphi(t) = r \cdot \cos(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

$$\dot{x}(t) = -\omega_0 r \cdot \sin(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 r \cdot \cos(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

$$y(t) = r \cdot \sin\varphi(t) = r \cdot \sin(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

$$\dot{y}(t) = \omega_0 r \cdot \cos(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

$$\ddot{y}(t) = -\omega_0^2 r \cdot \sin(\varphi_0 + \omega_0 \cdot t)$$

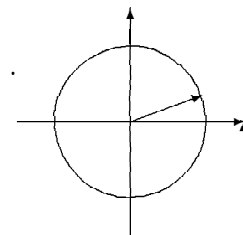


Bild s3p01

Drehbewegung,
Kreis-Projektionen
in x- und y-Richtung

Experiment: Projektion der Drehbewegung und Federpendel

3.1.2 Phasenlage und -verschiebung

Phasenlage und -verschiebung $\varphi_0 = -\Delta t \cdot \omega_0$

$$\sin(\varphi + 90^\circ) = \cos(\varphi) \quad \Delta t = -T/4$$

$$\sin(\varphi + 180^\circ) = -\sin(\varphi) \quad \Delta t = -T/2$$

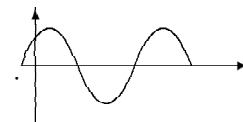


Bild s3p02

3.1.3 Komplexe Darstellung

$$y = A \exp(i\varphi) = A(\cos\varphi + i \sin\varphi) \quad \text{mit} \quad \varphi = (\varphi_0 + \omega_0 t)$$

$$\dot{y} = i\dot{\varphi} A \exp(i\varphi) = i\omega_0 A(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

$$\ddot{y} = i^2 \ddot{\varphi} A \exp(i\varphi) = -\omega_0^2 A(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

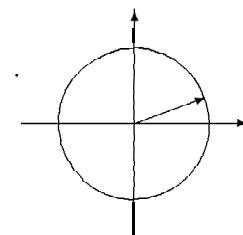


Bild s3p01

Komplexe Zahlenebene

3.2 Harmonische Schwingungen

3.2.1 Kräfte

Gleichgewicht der Kräfte $\sum_{j=1}^N \vec{F}_j = 0$ (Newton II)

$\vec{F}_t = -m \vec{a}$ Trägheitskraft

$\vec{F}_r = -\vec{F}(y)$ zur Ruhelage rücktreibende Kraft

$\vec{F}_r = -k\vec{y}$ rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung

DGL $m \cdot \ddot{y} = -k \cdot y$ Differentialgleichung

Lösungen

$y = A \cos(\omega t)$ mit $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ und $A = const$ (Anfangswert)

$\dot{y} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t)$ gegenüber der Auslenkung um 90° phasenverschoben

$\ddot{y} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t)$ gegenüber der Auslenkung in Gegenphase ($a(t) \neq const$).

oder

$y = Ae^{i(\omega_0 t + \varphi_0)} = Ae^{i\varphi(t)} = A(\cos\varphi(t) + i \sin\varphi(t))$

$\dot{y} = i\omega Ae^{i(\omega_0 t + \varphi_0)}$

$\ddot{y} = -\omega^2 Ae^{i(\omega_0 t + \varphi_0)}$

Demo: Pendel mit s-, v-, a- Aufzeichnung

3.2.2 Federschwinger

$y = A \cos(\omega_0 t)$

mit

$\omega_0 = \sqrt{D/m}$



Bild s3p03

Energiebilanz

$W_{ges}(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) + \frac{1}{2}Dy^2(t) = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 = const$

3.2.3 Federpendel

mit Gravitationskraft:

$y = A \cos(\omega_0 t) + y_0$ mit

$\omega_0 = \sqrt{D/m}$ und $y_0 = mg/D$

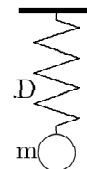


Bild s3p04

Energiebilanz

$$W_{ges} = \frac{1}{2}mv(t)^2 + \frac{1}{2}Dy^2(t) + mgy(t) = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}Dy_0^2 = const$$

3.2.4 Doppelfederschwinger

$$y = A \cos(\omega_0 t) + y_0 \text{ mit}$$

$$\omega_0 = \sqrt{D/m} \text{ und } D = D_1 + D_2$$

Doppelfeder

Bild s3p05

3.2.5 Torsionspendel

Drehschwinger

Gleichgewicht der Drehmomente $\sum_{j=1}^n M_j = 0$

$$\vec{M}_t = -J \vec{\alpha} \text{ Trägheitsmoment}$$

$$\vec{M}_r = -D^* \vec{\varphi} \text{ zur Ruhelage rücktreibendes Moment}$$

DGL $J \cdot \ddot{\varphi} + D^* \cdot \varphi = 0$ Differentialgleichung

Lösung

$$\varphi = \hat{\varphi} \cos(\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = \sqrt{D^*/J}$$

Drehschwinger

Bild s3p06

3.2.6 Fadenpendel

Mathematisches Pendel

Lösung für kleine Winkel φ :

$$\varphi = \hat{\varphi} \cos(\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = \sqrt{g/l} \text{ falls } \varphi \ll 1$$

Fadenpendel

Bild s3p07

3.2.7 Körperpendel

Physikalisches Pendel

Lösung für kleine Winkel φ :

$$\varphi = \hat{\varphi} \cos(\omega_0 t) \text{ mit}$$

$$\omega_0 = \sqrt{smg/J} \text{ und } J = J_S + ms^2 \text{ (Steiner)}$$

Schwingungsdauer:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_s}{smg} + \frac{s}{g}} = 2\pi/\omega_0$$

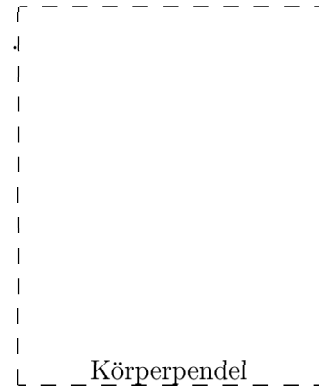


Bild s3p08

Reduzierte Pendellänge (eines Fadenpendels gleicher Schwingungsdauer):

$$l = \frac{J_s}{sm} + s \text{ (mit } l > s) \text{ und } l' = s - \frac{J_s}{sm} \text{ (Reversionspendel)}$$

Kurve

$$T = T(s) = 2\pi \sqrt{\frac{J_s}{smg} + \frac{s}{g}}$$

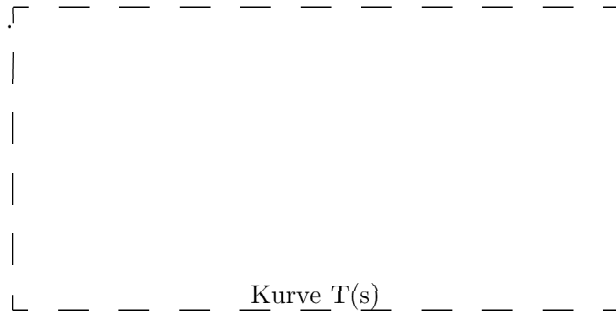


Bild s3p09

Trägheitsradius (Stoßmittelpunkt) bei $s_0 = \sqrt{J_S/m}$ mit $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{g}} \sqrt{\frac{J_S}{m}}$

Demo: Hammer

3.2.8 Flüssigkeitsschwingungen

Flüssigkeitssäule z.B. in einem U-Rohr

$$y = \hat{y} \cos(\omega_0 t) \text{ mit } \omega_0 = \sqrt{2g/l}$$

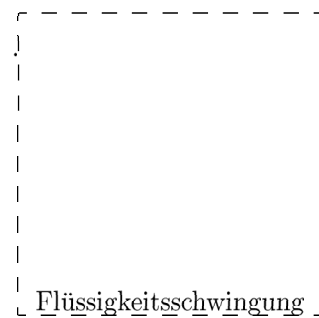
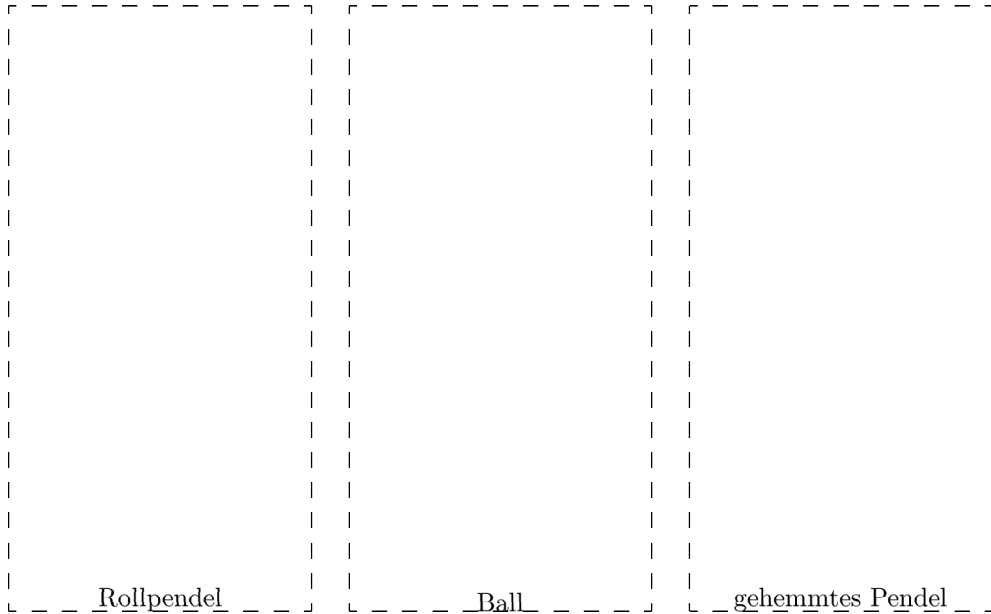


Bild s3p10

3.3 Anharmonische Schwingungen

a) Rollpendel: . . b) Ball: . . c) gehemmtes Pendel:



Rollpendel

Bild s3p11

$$T = 4\sqrt{2s_0/g \sin\alpha}$$

Ball

Bild s3p12

$$T = 2\sqrt{2s_0/g}$$

gehemmtes Pendel

Bild s3p13

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

mit

$$T_{1,2} = 2\pi\sqrt{l_{1,2}/g}$$

3.4 Überlagerung von Schwingungen

Allgemeiner Fall: $\vec{y} = \vec{A}_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \vec{A}_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$

3.4.1 Lineare Überlagerung

Die Schwingungsrichtungen sind parallel zueinander:
 $\vec{A}_1 \parallel \vec{A}_2$ (kollineare Schwingungen)

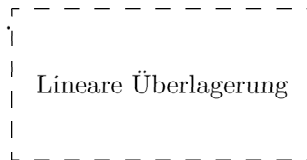


Bild s3p14

a) gleiche Frequenzen: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

verschiedene Phasenlagen: $\varphi_1 \neq \varphi_2$ also $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$

In Phase: $\Delta\varphi = 0$

Verstärkung: $A = A_1 + A_2$

. In Gegenphase: $\Delta\varphi = \pi$

Abschwächung: $A = A_1 - A_2$

Auslöschung: $A = A_1 - A_2 = 0$ falls
 $A_1 = A_2$

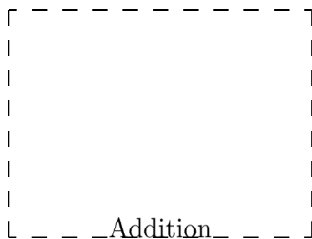


Bild s3p15

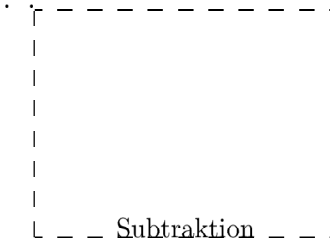


Bild s3p16

Sonst:

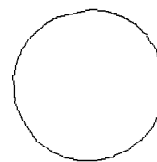
harmonische Schwingung $y = A \cos(\omega t + \varphi)$

mit $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$

und $\tan \varphi = \frac{(A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2)}{(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2)}$



Bild s3p17



b) Oberschwingungen, Harmonische

Die Frequenzen stehen in einem rationalen Verhältnis $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$

oder

$$\omega_1 = n_1\omega_0$$

$$\omega_2 = n_2\omega_0$$

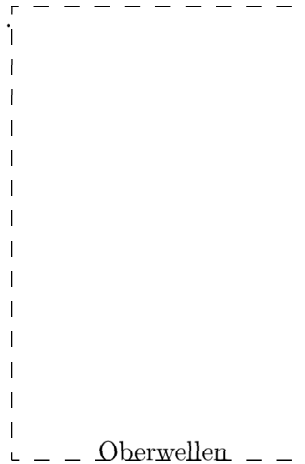


Bild s3p18

Das Ergebnis ist keine harmonische Schwingung mehr.

$$y = A_1 \cos(n_1\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \cos(n_2\omega_0 t + \varphi_2)$$

c) Schwebungen

Die Frequenzen unterscheiden sich nur wenig: $\omega_1 \approx \omega_2$

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega/2$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega/2 \text{ mit } \Delta\omega \ll \omega$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \ll \omega$$

Das Ergebnis ist eine Schwingung, deren Amplitude periodisch ab- und zunimmt.

$$y = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\omega_0 t) \quad \text{falls}$$

$$A_1 = A_2 = A$$

Schwebungsfrequenz

$$f_s = f_d = \Delta\omega/2\pi$$

Die Schwebungsfrequenz f_s ist gleich der Differenzfrequenz $f_d = \Delta\omega/2\pi$

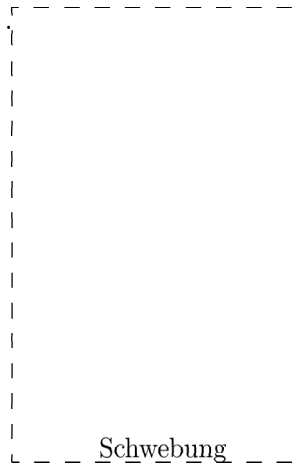


Bild s3p19

Experiment: 2 Stimmgabeln

3.4.2 Orthogonale Überlagerung

Die Schwingungsrichtungen stehen senkrecht aufeinander:
 $\vec{A}_1 \perp \vec{A}_2$

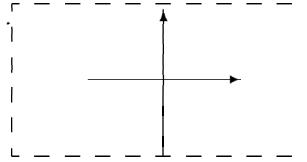


Bild s3p20

a) gleiche Frequenzen: $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

verschiedene Phasenlagen: $\varphi_1 \neq \varphi_2$

In Phase: $\Delta\varphi = 0$ Gerade unter den Winkel $\phi = \arctan A_1/A_2$
 In Gegenphase: $\Delta\varphi = \pi$ Gerade unter den Winkel $\phi = -\arctan A_1/A_2$
 Orthogonal: $\Delta\varphi = \pi/2$ Ellipse mit den Halbachsen A_1 und A_2
 Kreis mit Radius A , falls $A_1 = A_2 = A$

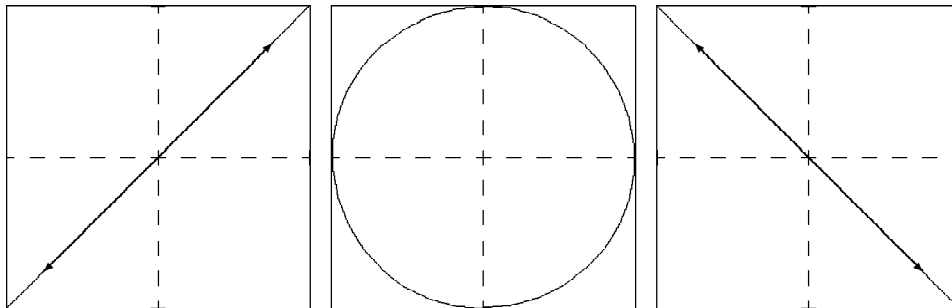


Bild s3p21

b) Lissajous-Figuren

Die Frequenzen stehen in einem rationalen Verhältnis: $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$ oder

$$\omega_1 = n_1\omega_0$$

$$\omega_2 = n_2\omega_0$$

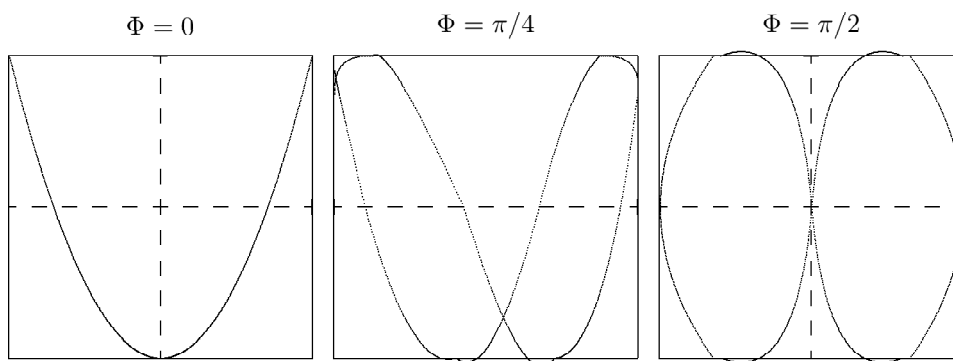


Bild s3p22

Das Ergebnis ist eine verschlungene Schwingung, deren Randbäuche das Verhältnis $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$ wiedergeben.

Lissajous-Figur

Frequenzen: 2 : 1

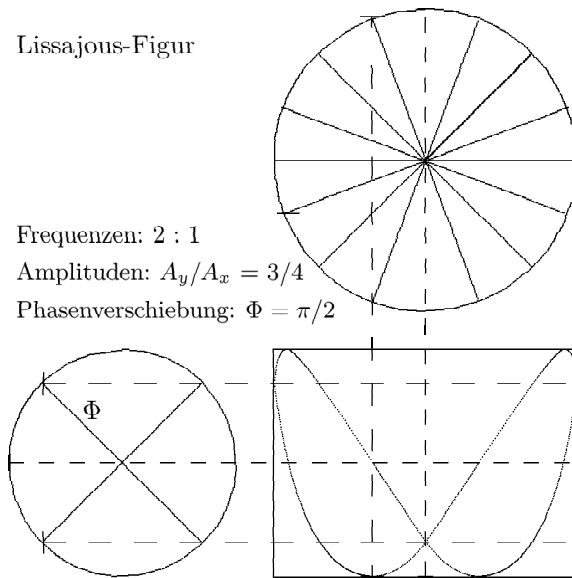
Amplituden: $A_y/A_x = 3/4$ Phasenverschiebung: $\Phi = \pi/2$ 

Bild s3p23

3.4.3 Fourier-Synthese und -analyse

Fourier-Synthese

Überlagerung beliebig vieler Oberwellen:

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^N y_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

(Fourier-Reihe)

Periode $T = 2\pi/\omega_0$



Bild s3p24

Konstruktion mittels Zeigerdiagramm



Bild s3p24

Fourier-Analyse:

”Jede periodische Funktion lässt sich als Überlagerung beliebig vieler Oberwellen darstellen”

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \quad (\text{Fourier Entwicklung})$$

mit den Fourier-Koeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad b_0 = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

$$y_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$a_n = y_n \cos \varphi_n$$

$$b_n = y_n \sin \varphi_n$$

$$\tan \varphi_n = b_n / a_n$$

Beispiele:

Rechteckschwingung:

$$f(t) = \begin{cases} A & \text{für } 0 \leq t < T_1 \\ 0 & \text{für } T_1 \leq t < T \end{cases}$$

$a_n = 0$ und $b_n = \frac{2A}{n\pi} (1 - \cos(2n\pi \frac{T_1}{T}))$

Dreieckschwingung:

$$\begin{cases} a \cdot t & \text{für } 0 \leq t < T_1 \\ 2A - a \cdot t & \text{für } T_1 \leq t < T \end{cases}$$

$a_n = 0$ und $b_n = \frac{8A}{n^2\pi^2} (1 - 2 \cos(4n\pi \frac{T_1}{T}))$

Sägezahn:

$$\begin{cases} a \cdot t & \text{für } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{für } t = \pm T/2 \end{cases}$$

$a_n = 0$ und $b_n = \frac{2A}{n\pi}$



Bild s3p25

3.5 Gedämpfte Schwingungen

Alle (realen) freie Schwingungen sind gedämpft, d.h. ihre Amplitude nimmt im Verlaufe der Zeit ab und der Schwinger kommt zur Ruhe. Ursache dafür ist Reibung.

3.5.1 Dämpfung und Reibung

- innere Reibung
 - im Faden (z.B. eines Fadenpendels)
 - in der Feder (z.B. eines Federschwingers)
 - äußere Reibung
 - Luftreibung
 - Lagerreibung (flüssig)
 - Gleitreibung (trocken)
 - Kräfte:
 - Reibung:
 - $\vec{F}_{Reib} = -\mu F_N \vec{v}/|v|$ (trockene) Gleitreibung (geschwindigkeitsunabhängig)
 - $\vec{F}_{Reib} = -b\vec{v} = -b\dot{\vec{y}}$ Flüssigkeitsreibung (geschwindigkeitsproportional)
 - $\vec{F}_{Reib} = -c \cdot v^2 \vec{v}/|v|$ Luftreibung (geschwindigkeitsüberproportional, auch höhere Potenzen von v)
 - $\vec{F}_t = m \cdot a = m \cdot \ddot{y}$
 - $\vec{F}_r = -Dy$ (harmonisch)
- Ansatz: $\vec{F}_{träg} = \vec{F}_{rück} + \vec{F}_{Reib}$

3.5.2 Geschwindigkeitsproportionale Dämpfung

Kräfte: $ma + Dy + bv = 0$

DGL: $m\ddot{y} + b\dot{y} + Dy = 0$

Lösungen:

Für $v_0 = 0$ d.h. ohne Anfangsgeschwindigkeit ist

$$y(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t + \varphi_0)$$

$$\dot{y}(t) = -A\omega_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t) = v(t)$$

$$\ddot{y}(t) = -A\omega_0^2 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t - \varphi_0) = a(t)$$

mit

$$\delta = \frac{b}{2m} \text{ Abklingkonstante}$$

$$\tan\varphi_0 = -\frac{\delta}{\omega_g} \quad \sin\varphi_0 = -\frac{\delta}{\omega_0} \quad \cos\varphi_0 = -\frac{\omega_g}{\omega_0} \text{ Phasenverschiebung (bei } v_0 = 0)$$

$$A = \hat{y} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_g} \text{ mit } \hat{y} = y(t=0) = y_{max}$$

$$\omega_g = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \text{ und } \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \text{ Eigenfrequenzen}$$

Ein gedämpfter Schwinger ist langsamer als ein ungedämpfter: $\omega_g < \omega_0$

Kurve $y(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t + \varphi_0)$



Bild s3p25

Dekrement:

$$k = A_n/A_{n+1} = e^{\delta T} = \text{const}$$

logarithmisches Dekrement:

$$\Lambda = \ln(k) = \delta T = \text{const}$$

3.5.3 Grenzfall, Kriechfall

a) Grenzfall ($\delta = \omega_0$) Startgeschwindigkeit ($v_0 \neq 0$):

$$y(t) = A_0 \{1 + t(\delta A_0 + v_0)\} e^{-\delta t}$$

$$\dot{y}(t) = \{v_0 - \delta t(\delta A_0 + v_0)\} e^{-\delta t} = v(t)$$

$$\ddot{y}(t) = \{-\delta(\delta A_0 + 2v_0) + \delta^2 t(\delta A_0 + v_0)\} e^{-\delta t} = a(t)$$

Überschwinger falls $-v_0 < A_0 \delta$



Bild s3p29

b) Kriechfall ($\delta > \omega_0$ also $\omega_g = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ imaginär und $\bar{\omega}_g = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ reell)

$$y(t) = \left\{ A_0 \cosh \bar{\omega}_g t + \frac{(\delta A_0 + v_0)}{\bar{\omega}_g} \sinh \bar{\omega}_g t \right\} e^{-\delta t}$$

$$y(t) = A_0 \left\{ e^{\omega_g t} + \frac{\omega_g - \delta}{\omega_g + \delta} e^{-\omega_g t} \right\} e^{-\delta t}$$

3.5.4 Energiebilanz

$$W_{ges} = W_{pot} + W_{kin} + Q$$

$$W_{pot} = W_{span} = \frac{1}{2} Dy^2 = \frac{1}{2} DA^2 e^{-2\delta t} \cos^2(\omega_g t + \varphi_0)$$

$$W_{kin} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 e^{-2\delta t} \sin^2 \omega_g t = \frac{1}{2} DA^2 e^{-2\delta t} \sin^2 \omega_g t$$

$$\begin{aligned} W_{ges} &= \frac{1}{2} DA^2 e^{-2\delta t} \{ \cos^2(\omega_g t + \varphi_0) + \sin^2 \omega_g t \} \\ &= \frac{1}{2} Dy_{max}^2 e^{-2\delta t} \left\{ 1 + 2 \frac{\delta \omega_0}{\omega_g^2} \sin(\omega_g t) \cos(\omega_g t + \varphi_0) \right\} \end{aligned}$$

$$W_{max} = W(t=0) = \frac{1}{2} Dy_{max}^2$$

Verlustleistung

$$P = -\frac{dW}{dt} = dQ/dt = -F \cdot v = b \cdot v^2 = b \cdot A^2 \omega_0^2 e^{-2\delta t} \sin^2 \omega_g t = -4\delta \cdot W_{kin}$$

Kurve $W_{ges} = W_{kin} + W_{pot}$



Bild s3p30

3.5.5 Geschwindigkeitsunabhängige Dämpfung

$$F_R = -\mu F_N \text{sign}(v) \quad \text{Gleitreibung (trocken)}$$

$$\text{DGL: } m\ddot{y} + \mu F_N \text{sign}(\dot{y}) + Dy = 0$$

Wegen des Vorzeichenwechsels ($\text{sign}(\dot{y})$) müssen beide Geschwindigkeitsrichtungen getrennt behandelt werden.

$$\text{Für } v > 0: \text{ DGL: } m\ddot{y} + \mu F_N + Dy = 0$$

mit der Lösung:

$$y(t) = (A + y_0) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - y_0$$

mit

$$y_0 = \mu F_N / D = F_R / D \quad \text{Reibungshub}$$

$$\omega_0 = \sqrt{D/m} \quad \text{Eigenfrequenz}$$

$$\text{Für } v < 0: \text{ DGL: } m\ddot{y} - \mu F_N + Dy = 0$$

mit der Lösung:

$$y(t) = (A - y_0) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + y_0$$

Dekrement

$$|A_n| - A_{n+1} = 4y_0 = \text{const}$$

Die Schwingung endet nicht in der Ruhelage sondern innerhalb des Reibungshubs ($\pm y_0$)



Bild s3p31.

3.6 Erzwungene Schwingungen

3.6.1 Kräfte und Bewegungen

Erregerkraft $\vec{F}_E = \vec{F}_0 \cos \omega t$ (harmonischer Ansatz)

Erregeramplitude $\vec{y}_E = \vec{F}_0 / D$

Kräfte: $ma + bv + Dy = F_E$

DGL: $m\ddot{y} + b\dot{y} + Dy = F_0 \cos \omega t$

Lösungen:

Stationäre Lösung (ohne Einschwingvorgang):

$$y(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t - \beta)$$

Allgemeine Lösung (Stationäre Lösung und Einschwingvorgang):

$$y(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t - \beta) + B \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t + \varphi_0)$$

mit

$$\delta = \frac{b}{2m} \text{ Abklingkonstante}$$

$$\omega_g = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \text{ und } \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \text{ Eigenfrequenzen}$$

$$A(\omega) = \frac{y_E \cdot \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \text{ Resonanzkurve}$$

$$\tan \beta = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \text{ Phasenverschiebung}$$

3.6.2 Resonanz und Phasenlage

Die Resonanzkurve $A(\omega) = \frac{y_E \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$

bei kleinen Erregerfrequenzen ω ist $A(\omega) \approx y_E$

$A(\omega)$ hat ein Maximum bei der Resonanzfrequenz $\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$

mit der Resonanzamplitude $A(\omega_R) = \frac{y_E \cdot \omega_0^2}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$

Die Resonanzüberhöhung ist $\ddot{u} = A(\omega_R) / y_E$

Falls $\delta \rightarrow 0$ erfolgt die Resonanzkatastrophe $A(\omega_R) \rightarrow \infty$

Falls $\delta > \sqrt{2}\omega_0$ erfolgt keine sichtbare Resonanz mehr, $A(\omega_R) \leq y_E$
 Resonanzkurve $A(\omega)$



Bild s3p33

Die Phasenverschiebung zwischen Erreger und Schwinger $\tan\beta = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

Falls $\omega \ll \omega_0$ wird $\tan\beta \ll 1$ also $\beta \rightarrow 0$

Erreger und Schwinger sind in Phase

Falls $\omega = \omega_0$ wird $\tan\beta \rightarrow \infty$ also $\beta \rightarrow 90^\circ = \pm\pi/2$ (unabhängig von δ !!)

Falls $\omega \gg \omega_0$ wird $\tan\beta \rightarrow -0$ also $\beta \rightarrow -180^\circ = -\pi$

Erreger und Schwinger sind in Gegenphase

Kurve $\beta(\omega)$

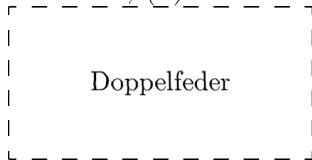


Bild s3p34

Halbwertsbreite der Resonanzkurve $\Delta\omega \approx \delta\sqrt{12}$

3.6.3 Energiebilanz

Während des Einschwingvorgangs wird dem System Schwingungsenergie zugeführt.
 Im stationären Zustand ist $W_{ges} = \frac{1}{2}DA^2$

Die dauernden Verluste aus der Reibung werden durch den Erreger nachgeliefert,
 die benötigte Leistung $P = dW/dt$ ist

$$P = F_{Reib}^{\vec{v}} = bv^2 = bA^2\omega^2 \sin^2(\omega t - \beta)$$

Die mittlere Verlustleistung ist $P = \frac{1}{2}\omega^2 A^2(\omega)$

Das Maximum wird erreicht bei $\omega = \omega_0$

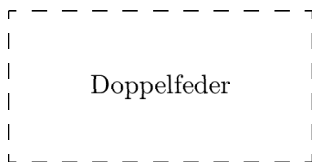


Bild s3p35

3.6.4 Einschwingvorgang

Während des Einschwingvorgangs überlagern sich 2 Schwingungsvorgänge und zeigen abklingende Schwebungen (mit $\Delta\omega = \omega - \omega_g$)

$$y(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t - \beta) + B(\omega) \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_g t + \varphi_0)$$

$$B(\omega) =$$

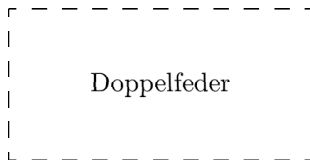


Bild s3p36

3.7 Gekoppelte Schwingungen

a) Zwei gekoppelte Systeme

(ohne Dämpfung)

DGLn:

$$m_1 \ddot{y}_1 + D_1 y_1 = -D_{12}(y_1 - y_2)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + D_2 y_2 = -D_{12}(y_2 - y_1)$$

Bild s3p37

Stationäre Lösungen (ohne Einschwingvorgang):

$$y_1(t) = A_{11} \cos(\omega_1 t + \varphi_{11}) + A_{12} \cos(\omega_2 t + \varphi_{12})$$

$$y_2(t) = A_{21} \cos(\omega_1 t + \varphi_{21}) + A_{22} \cos(\omega_2 t + \varphi_{22})$$

Zwei Fundamentalschwingungen ω_1 und ω_2 , die sich überlagern, ergeben Schwebungen mit $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

Für den symmetrischen Fall ($m_1 = m_2 = m$ und $D_1 = D_2 = D$) wird

$$\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{D/m}$$

$$\omega_2 = \sqrt{(D + 2D_{12})/m} = \omega_0 \sqrt{1 + 2D_{12}/D}$$

$\Delta\omega \approx \omega_0(D_{12}/D)$ proportional zur Kopplungsstärke

Zwei Fundamentalschwingungen:

1. $y_1 = y_2$

Parallele Schwingung

(ohne Beanspruchung der Kopplung)

mit $\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{D/m}$

2. $y_1 = -y_2$

Antiparallele Schwingung

(mit Beanspruchung der Kopplung)

mit $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 + 2D_{12}/D}$

Bild s3p38

$$\text{Allgemein: } \omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{D_1}{m_1} + \frac{D_2}{m_2} + \frac{D_{12}}{m_1} + \frac{D_{12}}{m_2} \pm \sqrt{\left(\frac{D_1}{m_1} - \frac{D_2}{m_2} + \frac{D_{12}}{m_1} - \frac{D_{12}}{m_2} \right)^2 + 4 \frac{D_{12}^2}{m_1 m_2}} \right)$$

b) Drei gekoppelte identische Systeme (ohne Dämpfung)
drei Fundamentalfrequenzen



Bild s3p39

$$\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{D/m}$$

$$\omega_2 = \sqrt{(D + D_{12})/m} = \omega_0 \sqrt{(1 + D_{12}/D)}$$

$$\omega_3 = \sqrt{(D + 3D_{12})/m} = \omega_0 \sqrt{(1 + 3D_{12}/D)}$$

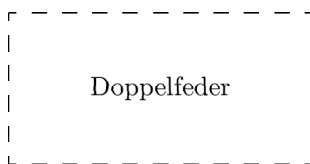


Bild s3p34

Drei Fundamentalschwingungen:

1. $y_1 = y_2 = y_3$

Parallele Schwingung

(ohne Beanspruchung der Kopplung)

mit $\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{D/m}$

2. $y_1 = -y_3$ und $y_2 = 0$

Antiparallele Schwingung der äußeren Schwinger

(mit Beanspruchung der Kopplung),
der mittlere Schwinger bleibt in Ruhe,

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{(1 + D_{12}/D)}$$

3. $y_1 = -2y_2 = y_3$

Antiparallele Schwingung benachbarter Schwinger (mit Beanspruchung der Kopplung),

$$\omega_3 = \omega_0 \sqrt{(1 + D_{12}/D)}$$

c) Beliebige viele (N) gekoppelte identische Systeme (ohne Dämpfung)

N Fundamentalfrequenzen und N Fundamentalschwingungen:

$$\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{D/m}$$

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{(1 + D_{12}/D)}$$

$$\omega_n = \omega_0 \sqrt{(1 + (n - 1)D_{12}/D)}$$

Kapitel 4

Wellen

4.1 Mechanische Wellen

4.1.1 Definitionen und Begriffe

Welle:= Ausbreitung einer Strung (Schwingung) in einem System (Medium).

Welle:= Ausbreitung eine Zustandsänderung (Phase).

- kein Transport von Materie (klassisch !)
- nur Transport von Energie bei der Übertragung des Bewegungszustands.

System:= Anordnung von gekoppelten Oszillatoren (Schwingern), die an eine feste Ruhelage (elastisch) gebunden sind.

Modell: Pendelkette

Ausbreitungsgeschwindigkeit

Phasengeschwindigkeit: $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

mit:

- Δx = Abstand der Schwinger (Atome, Moleküle)
- Δt = Übertragungszeit von Schwinger zu Schwinger (\sim Kopplungsstärke D_{12})
- Ausbreitungsrichtung $\vec{c} = \vec{x}$
- Wellenlänge (Abstand der Schwinger mit gleicher Phasenlage) $\lambda = c/f$

4.1.2 Wellengleichung

Bewegungsgleichung: $\vec{y}(x, t) = \vec{A} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Lösung der DGL $\frac{d^2 y}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 y}{dx^2}$

Schwingungsdauer: $T = 2\pi/\omega$ Frequenz: $f = \omega/2\pi$ Wellenlänge: $\lambda = c/f$

4.1.3 Wellenformen**4.1.4 Wellenausbreitung****4.1.5 Wellen im Raum****4.1.6 Oberflächenwellen, Grenzflächenwellen**

z.B. Wasserwellen

4.1.7 Überlagerung von Wellen, Interferenzen**4.1.8 Elementarwellen****4.1.9 Reflexion von Wellen****4.1.10 Stehende Wellen****4.1.11 Eigenschwingungen von Systemen**

a) Schwingende Saite (1 dim)

Oberwellen

b) Schwingende Zunge

geschlossene Orgelpfeife

c) Schwingendes Rohr

offene Orgelpfeife

d) Schwingende Fläche

Chladnysche Klangfiguren

c) Schwingende Volumina

Kugeln, Quader

4.2 Akustik

Die Akustik behandelt die Eigenschaften von longitudinalen Wellen in Luft, die vom Ohr wahrgenommen werden können.

4.2.1 Schallausbreitung

Frequenzbereich: 20 Hz bis 20 kHz

Darüber: Ultraschall

Darunter: Infraschall

Experimente: Hörtest, Hörkurve

4.2.1.1 Schallerzeugung

Schwingende Flächen

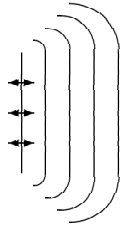


Bild p2k4b01a

Bild 1: Schwingende Flächen

Experimente: Spieluhr, Stimmgabel

Im Fernfeld entsteht eine Kugelwelle



Bild p2k4b01b

Bild 2: Kugelwellen

4.2.1.2 Schallübertragung

Longitudinalwellen in Materie, in der Regel in Luft.

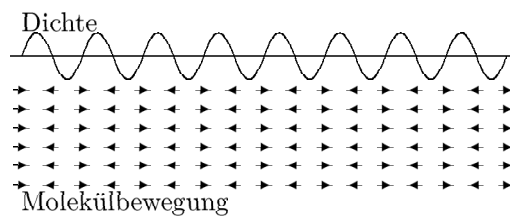


Bild p2k4b02

Bild 3: Schwingungen der Luftmoleküle

Die Schallwelle stellt eine sich ausbreitende Folge von Luftverdichtungen und -verdünnungen dar. Die Schallwelle ist eine Longitudinalwelle, die einzelnen Luftteilchen schwingen nur innerhalb kleiner Bereiche hin und her, Durch die Schallwelle wird also keine Materie sondern nur Energie transportiert.

Experimente: Schallübertragung im Vakuum

4.2.1.3 Schallnachweis

a) Das Ohr



- 1 Ohrmuschel
- 2 Gehörgang
- 3 Trommelfell
- 4 Paukenhöhle
- 5 Ohrtrompete
- 6 Säckchen
- 7 Schnecke
- 8 Bogengänge
- 9 Hörnerv

Steigbügel, Hammer und Amboss in der Paukenhöhle bilden einen mechanischen Impedanzwandler (Hebelsystem)

Bild 4: Das menschliche Ohr

b) Mikrophon (Umwandlung in elektrische Signale)

Experimente: Oszilloskop

4.2.2 Schallgeschwindigkeit

Für die Schallgeschwindigkeit c gilt in Luft bei Normalbedingungen ($p_L = p_0 = 1013 \text{ mbar}$ und $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$):

$$c_0 = \sqrt{\kappa R_S T} = \sqrt{\kappa p_0 / \rho_0} = \sqrt{1.4 \cdot 101325 \text{ Pa} / 1.293 \text{ kg/m}^3} = 331.225 \text{ m/s}$$

Die Schallgeschwindigkeit ist also temperaturabhängig ($T = \text{absolute Temperatur !}$):

$$c(T) = c_0 \sqrt{T/T_0}$$

Näherungsweise gilt (im Bereich von ca -30°C bis ca 100°C):

$$c(T_C) = c_0 + c_1 \cdot T_C$$

wobei T_C die Temperatur in $^\circ\text{C}$ und $c_1 = 0.6 \text{ m/s} \cdot ^\circ\text{C}$ ist.

Experimente zur Messung der Schallgeschwindigkeit:

- Knall
- Oszilloskop

4.2.3 Schallwellen

Die Schallwelle stellt eine sich ausbreitende Folge von Luftverdichtungen und -verdünnungen dar. Die Schallwelle ist eine Longitudinalwelle, die einzelnen Luftteilchen schwingen nur innerhalb kleiner Bereiche hin und her.

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$y = y_0 \sin \omega(t - x/c)$$

Die periodische Bewegung der Teilchen kann nur schwer gemessen werden, dagegen sind die Druckschwankungen innerhalb der Welle einer Messung leicht zugänglich. Aus den Überlegungen, die für stehende Wellen angestellt wurden, folgt, daß die Maxima der Bewegungsamplitude und die der Druckamplitude um eine viertel Wellenlänge, bzw. um $\pi/2$ gegeneinander phasenverschoben sind.

$$\Delta p \sim v \sim \dot{y}$$

Die Gleichung für die Geschwindigkeit ist:

$$\dot{y} = v = \omega \cos \omega(t - x/c) = v_0 \cos \omega(t - x/c)$$

Das Maximum der Geschwindigkeit heißt Schallschnelle: $v_0 = \omega \cdot y_0$

Für den Druck in einer Schallwelle muß gelten:

$$p = p_L + \Delta p$$

wobei p_L der statische (barometrische) Luftdruck ist.

und Δp die Schallschwingung, die beobachtet wird.

Hierfür folgt:

$$\Delta p = \rho c \omega y_0 \cos \omega(t - x/c) = \rho c \omega y = \rho c v$$

In Worten:

Der Schalldruck ist der Schallschnelle und der Schallgeschwindigkeit proportional.

4.2.4 Schallstrahlungsdruck

Wenn eine Schallwelle auf eine feste Fläche trifft, tritt ein Schallstrahlungsdruck auf, dessen Stärke davon abhängt, ob der Schall hier absorbiert oder reflektiert wird, die Luftmoleküle unelastische oder elastische Stöße mit dieser Fläche ausführen.

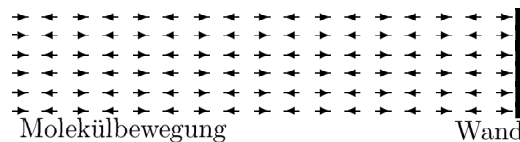


Bild p2k4b04

Bild 5: Schallstrahlungsdruck auf eine feste Wand

Für den Fall der vollständigen Absorption, bei dem eine maximale Wärmeentwicklung ($Q=\max$) erfolgt, entsteht ein Druck

$$p_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2$$

Für den Fall der vollständigen Reflexion, bei dem keine Wärmeentwicklung ($Q=0$) erfolgt, entsteht ein Druck

$$p_2 = \rho \cdot v_0^2 = 2p_1$$

4.2.5 Energietransport

Die Energiedichte w ist definiert als Energie pro Volumeneinheit:

$$w := \frac{dW}{dV}$$

In einer Schallwelle ist

$$w = \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2 = p_1$$

Die Transportleistung, die Energie W , die pro Zeiteinheit t durch eine Fläche A strömt, ist dann:

$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2 \cdot Ac = p_1 \cdot Ac$$

4.2.6 Schallintensität

Die Intensität S einer Welle ist definiert als die (Schall)Leistung P , die pro Flächeneinheit auftritt: $S = P/A$

Hier ist sie dann

$$S = \frac{1}{2} \rho v^2 c = w \cdot c$$

Mit $\Delta p = \rho c v$ folgt

$$S = \frac{1}{2} (\Delta p)^2 / \rho c = \frac{1}{2} \Delta p v$$

Die Maßeinheit ist $[S] = \text{W/m}^2$

D.h. die Schallintensität ist der Schallschnelle und damit dem Maximum des Schalldrucks proportional.

In der Praxis kommen Schallintensitäten von 10^{-12} W/m^2 bis 1000 W/m^2 vor.

(Integriert man die Schallintensität über die Schallquelle umschließende Fläche, so erhält man die Schalleistung $P = \oint S dF$ in Watt.)

Beispiel:

Ein Lautsprecher mit 100 W, 25% Wirkungsgrad (25 W Schalleistung) und einem Durchmesser von $d = 40 \text{ cm}$ liefert in unmittelbarer Nähe

$$S = 25 \text{ W} / \pi (0.2 \text{ m})^2 \approx 200 \text{ W/m}^2$$

In größerer Entfernung kann die Schallwelle als Kugelwelle betrachtet werden, auf deren Hüllfläche sich diese Quellen-Leistung verteilt. In 100 m Entfernung ist die Intensität dann nur noch:

$$S = P/A = 25 \text{ W} / 4\pi (100 \text{ m})^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

4.2.7 Schallpegel (Lautstärkepegel)

Der Schallpegel L ist definiert als der 10-fache Zehnerlogarithmus des Quotienten S/S_0 . $S_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ist die Bezugsschallintensität und entspricht der (menschlichen) Hörschwelle.

$$L = 10 \lg(S/S_0)$$

Die Maßeinheit von L ist das dB (deziBel = 0.1 Bel)

Wegen $S = \frac{1}{2}(\Delta p)^2/\rho c$ gilt $L = 20 \lg(\Delta p/\Delta p_0)$

Hier ist $\Delta p_0 = \sqrt{2S_0\rho c}$ die Bezugsschalldruckamplitude $\approx 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ bar}$ (in Luft unter Normalbedingungen).

Das logarithmische Maß hat den Vorteil, daß Multiplikationen durch Additionen ersetzt werden können, z.B. wird eine Verdopplung einer Lautstärke durch Addition von 3 dB ($= 10 \cdot \lg 2$) dargestellt

Der Lautstärkepegel berücksichtigt die Hörkurve des menschlichen Ohrs (s. Bild), und ist folgendermaßen definiert:

L_{S1000} ist der Schallpegel einer Schallwelle mit der Frequenz $f = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$.



Bild 6: Empfindlichkeitskurve des menschlichen Gehörs

Die Maßeinheit der Lautstärke ist 1 Phon.

Dabei entspricht 0 Phon der Hörschwelle, 130 Phon der Schmerzgrenze.

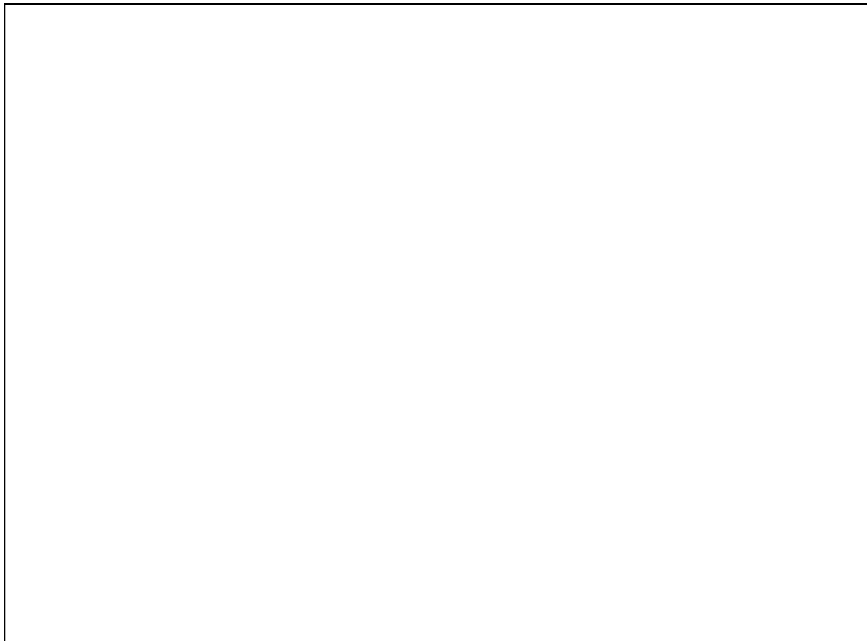


Bild 7 Bewertungskurve nach DIN 45633

Um einen Schall dementsprechend zu bewerten wird die physikalische Lautstärke L mit einem genormten Faktor (DIN 45633) gewichtet; dafür gibt es mehrere Gewichtungskurven (s. Bild). Üblicherweise wird die Kurve "A" verwendet, und die Lautstärke $L_A = L \cdot f_A$ mit der Maßeinheit dB(A) versehen.

4.2.8 Dopplereffekt

Bewegen sich Schallquelle und Schallempfänger (Beobachter) relativ zueinander, tritt der Dopplereffekt auf, bei dem die vom Empfänger wahrgenommene Frequenz f nicht mit der vom Sender ausgesandten Frequenz f_0 übereinstimmt. Im folgenden wird dieses Phänomen schrittweise erläutert.

a) Ruhender Sender, bewegter Beobachter

Wenn der Beobachter ruht ($v_B = 0$), dann nimmt er die Frequenz $f_0 = c/\lambda$ wahr. Bewegt er sich dagegen z.B. mit der Geschwindigkeit v_B auf die Quelle zu, so durchläuft er pro Zeiteinheit $t = 1/f_0$ die Strecke $s = v_B \cdot t$. Dieser Strecke entspricht eine Anzahl von Wellenlängen; diese Anzahl ist $s/\lambda = v_B \cdot t/\lambda = v_B/(f_0 \cdot \lambda) = v_B/c$. Diese Anzahl von Wellen registriert der Beobachter zusätzlich pro Zeiteinheit t ; d.h. er empfängt eine Schwingung mit der Frequenz

$$f_B = f_0 + (v_B/c)/t = f_0(1 + v_B/c)$$

Bewegt sich der Beobachter von der Quelle fort, so erniedrigt sich die beobachtete Frequenz um den entsprechenden Betrag.

Bei einer beliebigen Bewegung \vec{v}_B des Beobachters gegenüber der Quelle, wobei deren Verbindungsvektor durch die Ausbreitung \vec{c} der Welle gekennzeichnet ist, ergibt sich die ganz allgemeine Formel:

$$f_B = f_0 (\vec{c} - \vec{v}_B)\vec{c}/c^2 = f_0(1 - \vec{c}\vec{v}_B/c^2)$$

N.B. Wenn sich der Beobachter auf die Quelle zu bewegt, sind die Geschwindigkeitsvektoren \vec{c} und \vec{v} entgegengesetzt, und ihr Skalarprodukt wird negativ.

Bewegt sich der Beobachter quer zur Schallausbreitung, wird das Skalarprodukt 0 und es tritt keine Dopplerverschiebung ein.

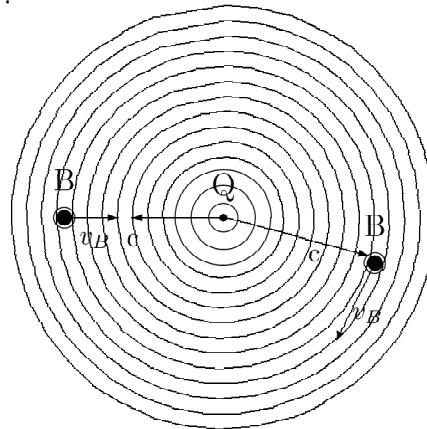


Bild p2k4b08

b) Ruhender Beobachter, bewegte Quelle

Wenn sich die Schallquelle Q (mit der Geschwindigkeit v_Q) bewegt, werden die von ihr ausgehenden Wellen verformt. In Richtung der Bewegung schieben sich die Wellen zusammen, die Wellenlänge verkürzt sich dort um den Weg $s = v_Q \cdot t = v_Q/f_0$, den die Quelle pro Zeiteinheit zurücklegt. Sie wird dann also:

$$\lambda_B = \lambda_0 - v_Q/f_0 = c/f_0 - v_Q/f_0 = (c - v_Q)/f_0$$

Ein ruhender Beobachter empfängt dann die Frequenz

$$f_Q = c/\lambda_B = c/(\bar{c}/f_0 - \vec{v}_Q/f_0)$$

$$= f_0 \bar{c}/(\bar{c} - \vec{v}_Q) = f_0/(1 - \bar{c}\vec{v}_Q/c^2)$$

die umso höher ist, je schneller sich die Quelle bewegt.

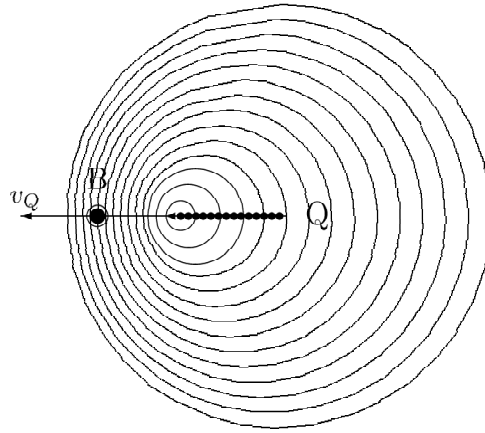


Bild p2k4b09

c) Bewegter Beobachter und bewegte Quelle

Hier erscheint für den bewegten Beobachter die (bewegte) Quelle die Frequenz f_Q anstelle von f_0 zu haben und er beobachtet dann:

$$f_{BQ} = f_Q(1 + v_B/c) = f_Q(1 - \bar{c}\vec{v}_B/c^2) = \frac{f_0}{(1 - \bar{c}\vec{v}_Q/c^2)}(1 - \bar{c}\vec{v}_B/c^2) = f_0 \frac{(1 - \bar{c}\vec{v}_B/c^2)}{(1 - \bar{c}\vec{v}_Q/c^2)}$$

N.B. wenn Beobachter und Quelle sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegen ($\vec{v}_B = \vec{v}_Q$), dann findet keine Dopplerverschiebung statt.

d) Überschall und Machscher Kegel

Wenn sich eine Quelle mit Schallgeschwindigkeit oder schneller bewegt, dann wird der Nenner in der obigen Formel Null oder negativ; dann überholen sich die von der bewegten Quelle ausgehenden Wellenzüge und bilden einen Kegel.

Bei Bewegung mit Schallgeschwindigkeit drängen sich Wellenberge oder -täler an einer Stelle so zusammen und addieren sich so, daß eine gewaltige Amplitude entsteht, der Überschallknall.

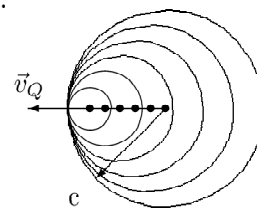


Bild p2k4b10

Bei Überschallgeschwindigkeit bildet die Hüllfläche der Wellenfronten einen Kegel, dessen (halber) Öffnungswinkel α sich leicht berechnen läßt zu

$$\sin \alpha = c/v_Q$$

Das Verhältnis v_Q/c wird als Mach-Zahl M bezeichnet.

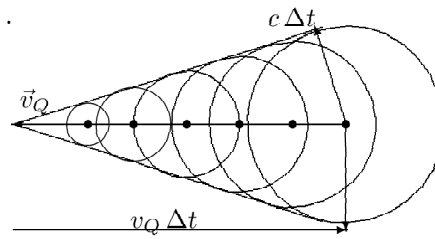


Bild p2k4b11

Im Innern des Kegels löschen sich die Wellen durch Interferenz aus, so daß dort Ruhe herrscht, während der Kegelrand als Überschallknall hinter der Quelle geschleppt wird. Außer bei Überschallflugzeugen, Hubschrauber-Rotoren, Geschossen und Peitschen beobachtet man diese Phänomen am häufigsten bei Schiffen als Bugwelle, da deren Fahrgeschwindigkeit in der Regel viel höher ist als die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wasser(oberflächen)wellen.

Experimente: Mikrofon oder Lautsprecher auf Fahrbahn

4.3 Optik

Transversale elektromagnetische Wellen im Wahrnehmungsbereich des (menschlichen) Auges.

Frequenzbereich: 20 Hz bis 20 kHz

Darüber: Ultraschall

Darunter: Infraschall

Bild 1: Spektrum der elektromagnetischen Wellen

Experimente: Spektren

4.3.1 Lichtwellen

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

4.3.2 Lichtquellen

- Sonne (Kernenergie)
- Flamme (Verbrennung, Chemische Energie)
- Lampe (Elektrische Energie)
- = Thermische Strahler
- Gasentladungslampe (Linienspektren)
- Laser (monochromatisches, kohärentes Licht)
-

4.3.3 Lichtempfänger

4.3.3.1 Das menschliche Auge

4.3.3.2 Technische Sensoren

- Passive Sensoren: Lichtempfindliche Widerstände
- Aktive Sensoren: Photovoltaic, Solarzellen
- Chemische Sensoren: Film (AgBr, AgJ, AgCl)

Experimente:

4.3.4 Photometrie, Lichtmessung

4.3.4.1 Lichtleistung

Lichtstrom, Quelleistung, Strahlungsfluß $\Phi = P$

Maßeinheit: $[\Phi] = 1 \text{ lm} = 1/683 \text{ W}$

4.3.4.2 Intensität

$S = E = d\Phi/dA$

Maßeinheit: $[E] = 1 \text{ lx} = 1/683 \text{ W/m}^2$

4.3.4.3 Lichtstärke

$$I = d\Phi/d\Omega$$

Maßeinheit: [I] = 1 cd = 1/683 W/srad

4.3.4.4 Leuchtdichte

$$L = dI/dA'$$

Maßeinheit: [L] = 1 cd/m² = 1/683 W/m²srad

4.3.4.5 Beleuchtung, Bestrahlung

$$B = \int E dt$$

Maßeinheit: [B] = 1 lx.s = 1/683 J/m²

4.3.4.6 Fettfleckphotometer

Lichtmessung durch Vergleich

4.3.5 Geometrische Optik**4.3.5.1 Strahlen****4.3.5.2 Reflexion****4.3.5.3 Brechung****4.3.5.4 Anwendungen**

- "Brechung"
- Strahlversetzung
- Prisma
- Linsen:
- Totalreflexion: Grenzwinkel, LWL

4.3.6 Wellenoptik**4.3.6.1 Kante****4.3.6.2 Öffnung****4.3.6.3 Spalt****4.3.6.4 Doppelspalt****4.3.6.5 Gitter****4.3.6.6 Punkt**

Auflösungsvermögen einer Linse

4.3.6.7 Hologramme**4.3.7 Polarisierung**

Polarisator, Analysator, Polarisationsgrad

4.3.8 Farben**4.3.8.1 Reflexion, Albedo**

- Weiß
- Schwarz
- Grau
- Farbe

4.3.8.2 Absorption, Transmission**4.3.8.3 Interferenzen****4.3.8.4 Spektrometer****4.3.8.5 Dispersion****4.3.8.6 Geschwindigkeiten****4.3.9 Spektren****4.3.9.1 Schwarze Strahler****4.3.10 Quantenoptik****4.3.10.1 Dualismus****4.3.11 Energietransport**

Die Energiedichte w ist definiert als Energie pro Volumeneinheit:

$$w := \frac{dW}{dV}$$

In einer Schallwelle ist

$$w = \frac{1}{2}\rho \cdot v_0^2 = p_1$$

Die Transportleistung, die Energie W , die pro Zeiteinheit t durch eine Fläche A strömt, ist dann:

$$P = \frac{1}{2}\rho \cdot v_0^2 \cdot Ac = p_1 \cdot Ac$$

4.3.11.1 Lichtentstehung, Emission**4.3.11.2 Absorption****4.3.11.3 Lichtstrahlungsdruck**

Für den Fall der vollständigen Absorption, bei dem eine maximale Wärmeentwicklung ($Q=\max$) erfolgt, entsteht ein Druck

$$p_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_0^2$$

Für den Fall der vollständigen Reflexion, bei dem keine Wärmeentwicklung ($Q=0$) erfolgt, entsteht ein Druck

$$p_2 = \rho \cdot v_0^2 = 2p_1$$

4.3.11.4 Unschärferelation**4.3.12 Dopplereffekt****c) Bewegter Beobachter und bewegte Quelle**

Hier erscheint für den bewegten Beobachter die (bewegte) Quelle die Frequenz f_Q anstelle von f_0 zu haben und er beobachtet dann:

$$f_{BQ} = f_Q(1+v_B/c) = f_Q(1-\vec{c}\vec{v}_B/c^2) = \frac{f_0}{(1-\vec{c}\vec{v}_Q/c^2)}(1-\vec{c}\vec{v}_B/c^2) = f_0 \frac{(1-\vec{c}\vec{v}_B/c^2)}{(1-\vec{c}\vec{v}_Q/c^2)}$$

N.B. wenn Beobachter und Quelle sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegen ($\vec{v}_B = \vec{v}_Q$), dann findet keine Dopplerverschiebung statt.

Experimente: Mikrophon oder Lautsprecher auf Fahrbahn

Inhaltsverzeichnis

3	Schwingungen	1
3.1	Harmonische Bewegung	2
3.1.1	Drehbewegung	2
3.1.2	Phasenlage und -verschiebung	2
3.1.3	Komplexe Darstellung	2
3.2	Harmonische Schwingungen	3
3.2.1	Kräfte	3
3.2.2	Federschwinger	3
3.2.3	Federpendel	3
3.2.4	Doppelfederschwinger	4
3.2.5	Torsionspendel	4
3.2.6	Fadenpendel	4
3.2.7	Körperpendel	5
3.2.8	Flüssigkeitsschwingungen	5
3.3	Anharmonische Schwingungen	6
3.4	Überlagerung von Schwingungen	7
3.4.1	Lineare Überlagerung	7
3.4.2	Orthogonale Überlagerung	9
3.4.3	Fourier-Synthese und -analyse	11
3.5	Gedämpfte Schwingungen	13
3.5.1	Dämpfung und Reibung	13
3.5.2	Geschwindigkeitsproportionale Dämpfung	13
3.5.3	Grenzfall, Kriechfall	14
3.5.4	Energiebilanz	15
3.5.5	Geschwindigkeitsunabhängige Dämpfung	15
3.6	Erzwungene Schwingungen	16
3.6.1	Kräfte und Bewegungen	16
3.6.2	Resonanz und Phasenlage	16
3.6.3	Energiebilanz	17
3.6.4	Einschwingvorgang	18
3.7	Gekoppelte Schwingungen	18

4	Wellen	21
4.1	Mechanische Wellen	21
4.1.1	Definitionen und Begriffe	21
4.1.2	Wellengleichung	21
4.1.3	Wellenformen	22
4.1.4	Wellenausbreitung	22
4.1.5	Wellen im Raum	22
4.1.6	Oberflächenwellen, Grenzflächenwellen	22
4.1.7	Überlagerung von Wellen, Interferenzen	22
4.1.8	Elementarwellen	22
4.1.9	Reflexion von Wellen	22
4.1.10	Stehende Wellen	22
4.1.11	Eigenschwingungen von Systemen	22
4.2	Akustik	23
4.2.1	Schallausbreitung	23
4.2.2	Schallgeschwindigkeit	24
4.2.3	Schallwellen	24
4.2.4	Schallstrahlungsdruck	25
4.2.5	Energietransport	26
4.2.6	Schallintensität	26
4.2.7	Schallpegel (Lautstärkepegel)	26
4.2.8	Dopplereffekt	29
4.3	Optik	32
4.3.1	Lichtwellen	32
4.3.2	Lichtquellen	32
4.3.3	Lichtempfänger	32
4.3.4	Photometrie, Lichtmessung	32
4.3.5	Geometrische Optik	33
4.3.6	Wellenoptik	33
4.3.7	Polarisation	34
4.3.8	Farben	34
4.3.9	Spektren	34
4.3.10	Quantenoptik	34
4.3.11	Energietransport	34
4.3.12	Dopplereffekt	35